

# 退屈な人向け課題 (1)

## 数学と情報処理

### A

MuPAD を利用して階乗計算をあなたの PC では何桁まで (実用的に) 計算できるでしょうか? ソフトウェアの構造・設定やハードウェア性能などに依存するのでケースバイケースですが大雑把には以下のような評価が成立しそうです。

- メモリ消費量  $\sim$  桁数 (ビット長)  $\sim \ln n!$
- 計算量  $\sim$  桁数 (ビット長)  $\times$  掛算の回数  $\sim n \ln n!$

現行の PC 上で、上記のような概算が成立する根拠を示してください。あるいはこの概算が誤りである根拠を示してください。

### B

階乗の近似式: スターリング (Stirling) の公式

$$n! \sim \sqrt{2\pi n} n^{n+\frac{1}{2}} e^{-n}$$

このスターリングの公式を証明してください ( $\sim$  の意味も示すこと)。

### C

ものすごく荒い近似

$$\ln n! \sim \left(n + \frac{1}{2}\right) \ln(n) - n \sim n \ln n$$

$$n \ln n! \sim n^2 \ln n$$

メモリ消費量  $m(n) \sim n \ln n$

計算量  $c(n) \sim n^2 \ln n$ ,  $c(kn) \sim k^2 n^2 (\ln n + \ln k) \sim k^2 c(n)$

上記のような近似が成立する根拠を示してください。余裕があれば上限・下限を示して挟み打ち評価もしてみてください。

## D

time を使って大雑把に計算量の計測実験 (例)

MuPAD Light 2.5.3  
OS: Windows XP Pro SP2  
CPU: Peutium M 1.2GHz  
メモリ: 1GB

あまりよくないプログラム例

```
for i in [10000, 20000, 30000, 40000, 50000, 60000, 70000, 80000,
          90000, 100000, 110000, 120000, 130000, 140000] do
    print(expr2text(i) . "!    " . expr2text(time(i!)/1000.0) . "sec")
end_for
```

```
10000!    0.32sec
20000!    0.992sec
30000!    2.363sec
40000!    4.316sec
50000!    7.24sec
60000!    10.114sec
70000!    13.931sec
80000!    18.706sec
90000!    23.855sec
100000!   29.893sec
110000!   35.981sec
120000!   43.413sec
130000!   51.103sec
140000!   エラー (MuPAD が暴走状態となる)
```

time コマンドの内容をオンラインヘルプで調べてみてください。そして、あなたの PC 上で MuPAD を使って階乗計算がどこまで実用的に可能かどうか実験してみましょう。

- ハードウェア・ソフトウェア (OS など) の仕様を明記しましょう。
- プログラムの方法は上記例に拘る必要はありません。

## E

理論値 C と 実験値 D の比較検証をして論評してみてください。